Brandwerendheid van een deur

12 maximumscore 5

- $T'_{\text{nat}}(t) = 1050 \cdot \mathrm{e}^{-\ln^2(t)+6\ln(t)-9} \cdot \left(\dfrac{-2\ln(t)}{t} + \dfrac{6}{t} \right)$ 2
- $T'_{\text{nat}}(t) = 0$ geeft $\dfrac{-2\ln(t)}{t} + \dfrac{6}{t} = 0$ 1
- Dit geeft $\ln(t) = 3$ 1
- De maximale temperatuur is $20 + 1050 \cdot \mathrm{e}^0 = 1070$ (°C) 1

of

- De herleiding tot $20 + 1050 \cdot \mathrm{e}^{-(\ln(t)-3)^2}$ 2
- Dit is maximaal als $-(\ln(t) - 3)^2$ maximaal is 1
- Dat is het geval als $\ln(t) = 3$ 1
- De maximale temperatuur is $20 + 1050 \cdot \mathrm{e}^0 = 1070$ (°C) 1

of

- T_{nat} is maximaal als $-\ln^2(t) + 6\ln(t) - 9$ maximaal is 2
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(-\ln^2(t) + 6\ln(t) - 9 \right) = \dfrac{-2\ln(t)}{t} + \dfrac{6}{t}$ 1
- $\dfrac{-2\ln(t)}{t} + \dfrac{6}{t} = 0$ geeft $\ln(t) = 3$ 1
- De maximale temperatuur is $20 + 1050 \cdot \mathrm{e}^0 = 1070$ (°C) 1

Opmerking
Als in het eerste antwoordalternatief voor $T'_{\text{nat}}(t)$ de uitdrukking $1050 \cdot \mathrm{e}^{-\ln^2(t)+6\ln(t)-9} \cdot \left(-2\ln(t) + \dfrac{6}{t} \right)$ wordt gegeven, dan één van de twee scorepunten voor de afgeleide functie toekennen.

13 maximumscore 4

- De vergelijking $20 + 345 \cdot \log(8t + 1) = 300$ moet worden opgelost 1
- $\log(8t + 1) = \frac{280}{345}$ (of $0{,}8116$) 1
- $8t + 1 = 10^{\frac{280}{345}}$ (of $6{,}4803$) 1
- Het antwoord: $t \approx 0{,}685$ (minuten) 1

14 maximumscore 7

- De oppervlakte van het grijze vlakdeel in figuur 3 is $\int_{0,69}^{30} \left(20+345\cdot\log(8t+1)-300\right)\mathrm{d}t$ 1
- Deze oppervlakte is (ongeveer) 11 929 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $T_{\text{nat}}(t)=300$ kan worden opgelost 1
- Dit geeft $t\approx 6,36$ (of nauwkeuriger) 1
- De oppervlakte bij de natuurlijke brand is $\int_{6,36}^{30} (20+1050\cdot \mathrm{e}^{-\ln^2(t)+6\ln(t)-9}-300)\,\mathrm{d}t$ 1
- Deze oppervlakte is (ongeveer) 14 242 1
- ($14\,242>11\,929$, dus) de deur houdt tijdens de natuurlijke brand niet minstens 30 minuten stand 1

of

- De oppervlakte van het grijze vlakdeel in figuur 3 is $\int_{0,69}^{30} \left(20+345\cdot\log(8t+1)-300\right)\mathrm{d}t$ 1
- Deze oppervlakte is (ongeveer) 11 929 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $T_{\text{nat}}(t)=300$ kan worden opgelost 1
- Dit geeft $t\approx 6,36$ (of nauwkeuriger) 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\int_{6,36}^{x} (20+1050\cdot \mathrm{e}^{-\ln^2(t)+6\ln(t)-9}-300)\,\mathrm{d}t=11\,929$ kan worden opgelost 1
- Dit geeft $x\approx 26$ 1
- ($26<30$, dus) de deur houdt tijdens de natuurlijke brand niet minstens 30 minuten stand 1

Opmerkingen

– *In plaats van de ondergrens 0,69 van de eerste integraal mag ook de nauwkeuriger waarde gebruikt worden die in de vorige vraag is berekend.*

– *Als in één of beide integralen de term 300 is vergeten, voor deze vraag maximaal 6 scorepunten toekennen.*